

## CÁC ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI

---

### ĐỀ SỐ 11 - NĂM 2020

Thời gian làm bài: 120 phút

#### Bài 1. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$  và  $B = \frac{3}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+5}{x-1}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 4$ .
- 2) Chứng minh rằng  $B = \frac{2}{\sqrt{x}+1}$ .
- 3) Tìm tất cả giá trị của x để biểu thức  $P = 2A \cdot B + \sqrt{x}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

#### Bài 2. (2,0 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Quãng đường từ nhà An đến nhà Bình dài 3 km. Buổi sáng, An đi bộ từ nhà An đến nhà Bình. Buổi chiều cùng ngày, An đi xe đạp từ nhà Bình về nhà An trên cùng quãng đường đó với vận tốc lớn hơn vận tốc đi bộ của An là 9 km/h. Tính vận tốc đi bộ của An, biết thời gian đi buổi chiều ít hơn thời gian đi buổi sáng là 45 phút.

(Giả định rằng An đi bộ với vận tốc không đổi trên toàn bộ quãng đường đó.)

2) Một quả bóng bàn có dạng một hình cầu có bán kính bằng 2 cm. Tính diện tích bề mặt của quả bóng bàn đó (lấy  $\pi \approx 3,14$ ).

#### Bài 3. (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x + \frac{3}{y-1} = 5 \\ 4x - \frac{1}{y-1} = 3 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, xét đường thẳng (d):  $y = mx + 4$  với  $m \neq 0$ .

- a) Gọi A là giao điểm của đường thẳng (d) và trục Oy. Tìm tọa độ của điểm A.  
 b) Tìm tất cả giá trị của m để đường thẳng (d) cắt trục Ox tại điểm B sao cho tam giác OAB là tam giác cân

**Bài 4.** (3 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và đường cao BE. Gọi H và K lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ điểm E đến các đường thẳng AB và BC.

- a) Chứng minh rằng tứ giác BHEK là tứ giác nội tiếp.  
 b) Chứng minh rằng  $BH \cdot BA = BK \cdot BC$ .  
 c) Gọi F là chân đường vuông góc kẻ từ điểm C đến đường thẳng AB và I là trung điểm của đoạn thẳng EF. Chứng minh rằng ba điểm H, I, K là ba điểm thẳng hàng.

**Bài 5.** (0,5 điểm)

Giải phương trình  $\sqrt{x} + \sqrt{3x - 2} = x^2 + 1$ .

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

**Bài 1**

1 Thay  $x = 4$  ta được  $A = \frac{\sqrt{4+1}}{\sqrt{4+2}} = \frac{3}{4}$ .

2 Ta có:

$$B = \frac{3}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 5}{x - 1} = \frac{3(\sqrt{x} + 1) - (\sqrt{x} + 5)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{2(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{2}{\sqrt{x} + 1}$$

3 Ta có:

$$P = 2 \cdot AB + \sqrt{x} = 2 \cdot \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} \cdot \frac{2}{\sqrt{x} + 1} + \sqrt{x} = \frac{4}{\sqrt{x} + 2} + \sqrt{x} = \left( \frac{4}{\sqrt{x} + 2} + \sqrt{x} + 2 \right) - 2.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy với hai số dương  $\frac{4}{\sqrt{x}+2}$  và  $\sqrt{x} + 2$  ta được:

$$\frac{4}{\sqrt{x} + 2} + \sqrt{x} + 2 \geq 2 \sqrt{\frac{4}{\sqrt{x} + 2} \cdot (\sqrt{x} + 2)} = 4 \Leftrightarrow P \geq 4 - 2 \Leftrightarrow P \geq 2$$

## Bài II

1 Đổi 45 phút =  $\frac{3}{4}$  giờ.

Gọi vận tốc An đi bộ là  $x$  (km/h) ( $x > 0$ ). Khi đó ta có:

Thời gian An đi bộ từ nhà An đến nhà Bình là  $\frac{3}{x}$  (giờ)

Vận tốc đi xe đạp của An là:  $x + 9$  (km/h)

Thời gian An đi xe đạp từ nhà Bình về nhà An là  $\frac{3}{x+9}$  (giờ)

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\frac{3}{x} - \frac{3}{x+9} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x^2 + 9x - 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -12 \end{cases}$$

So sánh với điều kiện ta được vận tốc đi bộ của An là 3 km/h.

2. Diện tích bề mặt của quả bóng là:  $S = 4\pi R^2 = 4.3.14.2^2 = 50,24$  (cm<sup>2</sup>)

## Bài III

1 Điều kiện  $y \neq 1$

$$\begin{cases} 2x + \frac{3}{y-1} = 5 \\ 4x - \frac{1}{y-1} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{3}{y-1} = 5 \\ 12x - \frac{3}{y-1} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14x = 14 \\ 4x - \frac{1}{y-1} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \text{ (Thỏa mãn)}$$

a) Vì  $A$  là giao điểm của  $(d)$  và trục  $Oy$  nên  $A(0; b)$

Ta có  $A \in (d) \Rightarrow b = 4 \Rightarrow A(0; 4)$

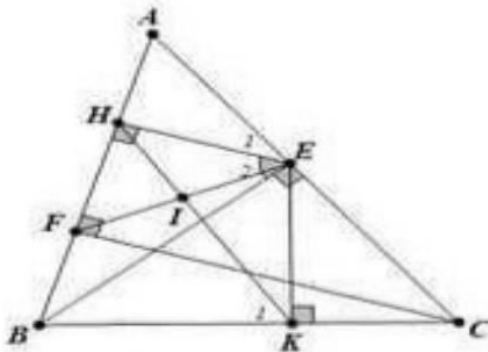
b) Phương trình hoành độ giao điểm của  $(d)$  và trục  $Ox$  là

$$mx + 4 = 0 (m \neq 0) \Leftrightarrow x = -\frac{4}{m} \Rightarrow B\left(-\frac{4}{m}; 0\right)$$

Ta có  $\triangle OAB$  cân tại  $O \Rightarrow OA = OB \Leftrightarrow 4 = \left|-\frac{4}{m}\right| \Leftrightarrow m = \pm 1$

Vậy các giá trị cần tìm của  $m$  là  $\pm 1$ .

## Bài IV :



1 Tứ giác BHEK có  $\widehat{H} = \widehat{K} = 90^\circ$  từ đây suy ra tứ giác BHEK nội tiếp.

2 Do tứ giác BHEK nội tiếp nên  $\widehat{K}_1 = \widehat{HEB}$

Dễ thấy  $\widehat{HEB} = \widehat{BAC}$  cùng phụ góc  $\widehat{E}_1$

Xét tam giác BKH và tam giác BAC

- $\hat{B}$  chung
- $\widehat{K_1} = \widehat{BAC}$  do cùng bằng  $\widehat{HEB}$

Suy ra  $\Delta BKH$  đồng dạng  $\Delta BAC$ . Từ đây suy ra điều phải chứng minh

3) Ta có  $IE = IF = IH$  nên tam giác HIE cân tại I.

Suy ra  $\angle HIE = \angle IEH = 90^\circ - \angle AFE = 90^\circ - \angle ACB = \angle EBC = \angle EHK$

Do tam giác ABC là tam giác nhọn nên ta luôn có I, K luôn khác phía với A qua bờ HE.

Từ đây suy ra H, I, K thẳng hàng.

**Bài V.** Giải phương trình  $\sqrt{x} + \sqrt{3x - 2} = x^2 + 1$

ĐK:  $x \geq \frac{2}{3}$ ,

- Áp dụng BDT Cô - si cho 2 số thực dương  $x$  và  $1$ , ta được

$$\sqrt{x \cdot 1} \leq \frac{x+1}{2}$$

- Áp dụng BDT CÔ - si cho 2 số thực dương  $3x - 2$  và  $1$ , ta được

$$\sqrt{3x - 2} = \sqrt{1 \cdot (3x - 2)} \leq \frac{1 + 3x - 2}{2} = \frac{3x - 1}{2}$$

$$\Rightarrow VT \leq \frac{x+1}{2} + \frac{3x-1}{2} = 2x$$

(1)

+ Áp dụng BDT Cö - si cho 2 Từ (1) và (2), suy ra  $VT \leq VP$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 3x - 2 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình là  $x = 1$ .

---

*Chúc các em luyện tập và thi đạt kết quả tốt!*