

## CÁC ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI

---

### ĐỀ SỐ 5 - NĂM 2014

**Thời gian làm bài: 120 phút**

**Bài 1.** (2,0 điểm)

- 1) Tính giá trị biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$  khi  $x = 9$ .
- 2) Cho biểu thức  $P = \left( \frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ .
  - a) Chứng minh rằng  $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ .
  - b) Tìm các giá trị của  $x$  để  $2P = 2\sqrt{x} + 5$ .

**Bài 2.** (2,0 điểm)

*Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một phân xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm.

**Bài 3.** (2,0 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{4}{x+y} + \frac{1}{y-1} = 5 \\ \frac{1}{x+y} - \frac{2}{y-1} = -1 \end{cases}$$
- 2) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d):  $y = -x + 6$  và parabol (P):  $y = x^2$ .
  - a) Tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P).
  - b) Gọi A, B là hai giao điểm của (d) và (P). Tính diện tích tam giác OAB.

**Bài 4.** (3,5 điểm)

Cho đường tròn  $(O;R)$  có đường kính  $AB$  cố định. Vẽ đường kính  $MN$  của đường tròn  $(O;R)$  ( $M$  khác  $A$ ,  $M$  khác  $B$ ). Tiếp tuyến của đường tròn  $(O;R)$  tại  $B$  cắt các đường thẳng  $Am$ ;  $AN$  lần lượt tại các điểm  $Q,P$ .

- 1) Chứng minh rằng tứ giác  $AMBN$  là hình chữ nhật.
- 2) Chứng minh rằng 4 điểm  $M,N,P,Q$  cùng thuộc một đường tròn.
- 3) Gọi  $E$  là trung điểm của  $BQ$ . Đường thẳng vuông góc với  $OE$  tại  $O$  cắt  $PQ$  tại điểm  $F$ . Chứng minh rằng  $F$  là trung điểm của  $BP$  và  $ME//NF$ .
- 4) Khi đường kính  $MN$  quay quanh tâm  $O$  và thỏa mãn điều kiện đề bài, xác định vị trí của đường kính  $MN$  để tứ giác  $MNPQ$  có diện tích nhỏ nhất.

**Bài 5.** (0,5 điểm)

Với  $a, b, c$  là các số dương thỏa mãn điều kiện  $a + b + c = 2$ .

Tìm GTLN của biểu thức  $Q = \sqrt{2a + bc} + \sqrt{2b + ca} + \sqrt{2c + ab}$ .

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1.**

1) Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$  khi  $x = 9$ .

**Lời giải**

Khi  $x = 9$  thì  $A = \frac{\sqrt{9}+1}{\sqrt{9}-1} = \frac{3+1}{3-1} = 2$ .

2) Cho biểu thức  $P = \left( \frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$  với  $x > 0$  và  $x \neq 1$ .

a) Chứng minh rằng  $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ .

b) Tìm các giá trị của  $x$  để  $2P = 2\sqrt{x} + 5$

**Lời giải.**

a) Với  $x > 0$  và  $x \neq 1$  ta có

$$\begin{aligned}
 P &= \left( \frac{x-2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \\
 &= \frac{x-2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \\
 &= \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \\
 &= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}
 \end{aligned}$$

b) Với  $x > 0$  và  $x \neq 1$  ta có

$$\begin{aligned}2P &= 2\sqrt{x} + 5 \\ \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} &= 2\sqrt{x} + 5 \\ \Leftrightarrow 2\sqrt{x} + 2 &= 2x + 5\sqrt{x} \\ \Leftrightarrow 2x + 3\sqrt{x} - 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \sqrt{x} &= \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}\end{aligned}$$

**Câu 2.** Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một phân xưởng theo kế hoạch phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định.

Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải.

Gọi  $x$  là số sản phẩm mỗi ngày xưởng làm được. ( $x \in \mathbb{N}, 0 < x < 1100$ ).

Số ngày mà xưởng làm xong theo kế hoạch là  $\frac{1100}{x}$  (ngày).

Mỗi ngày xưởng làm vượt mức 5 sản phẩm nên số ngày mà xưởng làm xong là  $\frac{1100}{x+5}$  (ngày).

Vì xưởng xong sớm 2 ngày nên ta có

$$\frac{1100}{x+5} + 2 = \frac{1100}{x}$$

Giải phương trình ta có  $\begin{cases} x = 50 \text{ (nhận)} \\ x = -55 \text{ (loại)} \end{cases}$ .

Vậy mỗi ngày xưởng làm 50 sản phẩm.

**Câu 3.**

1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{4}{x+y} + \frac{1}{y-1} = 5 \\ \frac{1}{x+y} - \frac{2}{y-1} = -1 \end{cases}$$

**Lời giải**

Điều kiện  $x + y \neq 0$  và  $y \neq 1$

Đặt  $X = \frac{1}{x+y}$  và  $Y = \frac{1}{y-1}$  ta có

$$\begin{cases} 4X + Y = 5 \\ X - 2Y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = 1 \\ Y = 1 \end{cases}$$

Do đó  $\begin{cases} x + y = 1 \\ y - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$

2. Trên mặt phẳng tọa độ cho đường thẳng  $(d): y = -x + 6$  và parabol  $(P): y = x^2$ .

a) Tìm tọa độ các giao điểm của  $(d)$  và  $(P)$ .

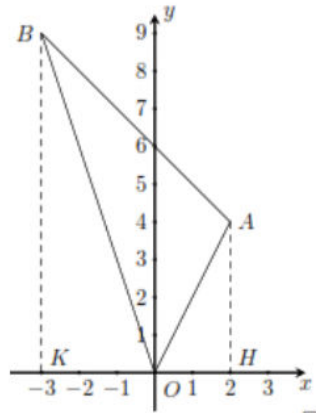
b) Gọi  $A, B$  là hai giao điểm của  $(d)$  và  $(P)$ . Tính diện tích của tam giác  $AOB$ .

**Lời giải.**

a) Phương trình hoành độ giao điểm của  $(d)$  và  $(P)$  là  $x^2 = -x + 6 \Leftrightarrow x = -3$  hoặc  $x = 2$ .

Nếu  $x = 2 \Rightarrow y = 4$ . Giao điểm thứ nhất là  $A(2; 4)$ .

Nếu  $x = -3 \Rightarrow y = 9$ . Giao điểm thứ hai là  $B(-3; 9)$ .



b) Vẽ giao điểm

$$\text{Ta có } S_{ABKH} = \frac{(AH+BK) \cdot HK}{2} = \frac{65}{2}$$

$$S_{OAH} = \frac{AH \cdot OH}{2} = 4$$

$$S_{OBK} = \frac{BK^2 \cdot OK}{2} = \frac{27}{2};$$

Do đó  $S_{OAB} = 15$ .

**Câu 4.** Cho đường tròn  $(O; R)$  có đường kính  $AB$  cố định. Vẽ đường kính  $MN$  của đường tròn  $(O; R)$  ( $M$  khác  $A$ ,  $M$  khác  $B$ ). Tiếp tuyến tại  $B$  của đường tròn  $(O; R)$  cắt các đường thẳng  $AM, AN$  lần lượt tại các điểm  $Q, P$ .

a) Chứng minh tứ giác  $AMBN$  là hình chữ nhật.

b) Chứng minh 4 điểm  $M, N, P, Q$  cùng thuộc một đường tròn.

c) Gọi  $E$  là trung điểm của  $BQ$ . Đường thẳng vuông góc với  $OE$  tại  $O$  cắt  $PQ$  tại điểm  $F$ . Chứng minh  $F$  là trung điểm của  $BP$  và  $ME // NF$ .

d) Khi đường kính  $MN$  quay quanh tâm  $O$  và thỏa mãn điều kiện đề bài, xác định vị trí của đường kính  $MN$  để tứ giác  $MNPQ$  có diện tích nhỏ nhất.

