CÁC ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI

ĐỀ SỐ 2 - NĂM 2011

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1. (2,5 điểm)

Cho $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{\sqrt{x}-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5}$, với $x \geq 0$; $x \neq 25$.

1) Rút gọn biểu thức A.

2) Tính giá trị của A khi $x = 9$.

3) Tìm x để $A < \frac{1}{3}$.

Bài 2. (2,5 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hàng hết bao nhiêu ngày?

Bài 3. (1,0 điểm)

Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x - m^2 + 9$.

1) Tìm toạ độ các giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m = 1$.

2) Tìm m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R. Gọi d_1 và d_1 là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại hai điểm A và B.Gọi I là trung điểm của OA và E là điểm thuộc đường tròn (O) (E không trùng với A và B). Đường thẳng d đi qua điểm E và vuông góc với EI cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại M, N.

1) Chứng minh AMEI là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $\widehat{ENI} = \widehat{EBI}$ và $\widehat{MIN} = 90^0$.

3) Chứng minh AM.BN = AI.BI .

4) Gọi F là điểm chính giữa của cung AB không chứa E của đường tròn (O). Hãy tính diện tích của tam giác MIN theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Bài 5. (0,5 điểm)

Với x > 0, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = 4x^2 - 3x + \frac{1}{4x} + 2011$

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5}$, với $x \neq 0$ và $x \geq 25$.
a) Rút gọn biểu thức A.
b) Tìm giá trị của A khi $x = 9$.
c) Tìm x để $A < \frac{1}{3}$.
Lời giải.
a) Với $x \neq 0$ và $x \neq 25$, ta có

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+5)}{x-25} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5(\sqrt{x}-5)}{x-25} \\ &= \frac{x+5\sqrt{x}-10\sqrt{x}-5\sqrt{x}+25}{x-25} \\ &= \frac{x-10\sqrt{x}+25}{x-25} \\ &= \frac{(\sqrt{x}-5)^2}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \\ &= \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5} \end{aligned}$$

b) Với $x = 9 \Rightarrow A = \frac{\sqrt{9}-5}{\sqrt{9}+5} = -\frac{1}{4}$

c) $A < \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5} < \frac{1}{3} \Leftrightarrow 2\sqrt{x} < 20 \Leftrightarrow 0 \leq x < 100.$

Kết hợp với kiều kiện xác định ta có $\begin{cases} 0 < x < 100 \\ x \neq 25 \end{cases}$.

Câu 2. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoăcc hệ phương trình:
Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn. Hơi theo kế hoạch đội xe chở hàng hết bao nhiêu ngày?
Lời giải.
Gọi a (tấn), $a \geq 0$: số tấn hàng mỡi ngày.
Gọi b (ngày), $b \in \mathbb{N}^*$: số ngày.
Theo đề bài ta có

$$\begin{cases} a \times b = 140 \\ (a+5)(b-1) = 140 + 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ab = 140 \\ 5b - a = 15 \end{cases} \Rightarrow 5b^2 - 15b - 140 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 7 \\ b = -4(loai) \end{array}\right.$$

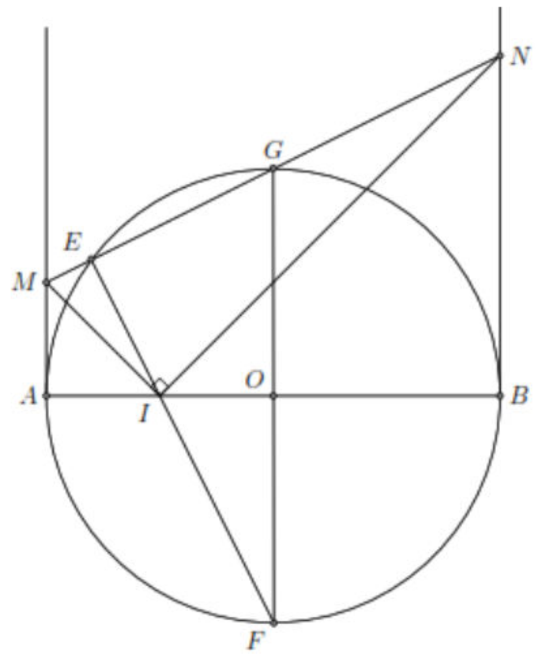
Vậy đội xe chở hết hàng theo kế hoạch trong 7 ngày.

Câu 3. Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x - m^2 + 9$.
a) Tìm tọa độ các giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m = 1$.
b) Tìm m đễ đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.
Lời giải.

a) Phương trình hoành độ giao điểm của Với $x = -2 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow A(-2;4)$
- Với $x = 4 \Rightarrow y = 16 \Rightarrow B(4;16)$
Vạyy tọa độ̃ giao điểm của (P) và (d) là $A(-2;4); B(4;16)$.
b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là $x^2 = 2x - m^2 + 9 \Leftrightarrow x^2 - 2x + m^2 - 9 = 0 (1)$. Yều cầu bài toán tương đương với phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt trái đấu $\Leftrightarrow a \times c < 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$
Vậy $-3 < m < 3$.

Câu 4. Cho đường tròn tâm O, đường kính $AB = 2R$. Gọi d_1 và d_2 lần lượt là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại hai điểm A và B. Gọi I là trung điểm của OA và E là điểm thuộc đường tròn (O)(E không trùng với A và B). Đường thẳng d đi qua điểm E và vuông góc với EI cắt hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại M, N.
a) Chứng minh $AMEI$ là tứ giác nội tiếp.
b) Chứng minh $\widehat{ENI} = \widehat{EBI}$ và $\widehat{MIN} = 90°$.
c) Chứng minh $AM \cdot BN = AI \cdot BI$.
d) Gọi F là điểm chính giữa của cung AB không chứa E của đường tròn (O). Hãy tính diện tích của tam giác MIN theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Lời giải.



a) Chứng minh $AMEI$ là tứ giác nội tiếp:
Xét tứ giác $MAIE$ có 2 góc vuông là A và góc E (đối nhau), nên MAIE là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính MI.

b) Tương tự, ta có $ENBI$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính IN. Vậy $\widehat{ENI} = \widehat{EBI}$

(vì cùng chắn cung $\widehat{EI}$.) Tương tự $\widehat{EMI} = \widehat{EAI}$ (vì cùng chắn cung $\widehat{EI}$.)
Mà $\widehat{EAI} + \widehat{EBI} = 90°$($\triangle EAD$ vuông tại E), suy ra $\widehat{MIN} = 180° - (\widehat{EMI} + \widehat{ENI}) = 90°$.

c) Do $\triangle MAI \backsim \triangle IBN \Rightarrow \frac{AM}{IB} = \frac{AI}{BN} \Leftrightarrow AM \cdot BN = AI \cdot BI (1)$.

d) Gọi G là điểm đối xứng của F qua AB. Ta có $AM + BN = 2OG (2)$. (Vì tứ giác $AMNB$ là hình thang và có OG là đường trung bình)

Ta có $AI = \frac{R}{2}; BI = \frac{3R}{2}$.

Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases} AM + BN = 2R \\ AM \cdot BN = \frac{3R^2}{4} \end{cases}$

$\Rightarrow AM; BN$ là nghiệm của phương trình $x^2 - 2Rx + \frac{3R^2}{4} = 0$.

Từ đó, suy ra $AM = \frac{R}{2}$ và $BN = \frac{3R}{2} \Rightarrow \triangle MAI$ và $\triangle NBI$ là các tam giác vuông cân

$\Rightarrow MI = \frac{R\sqrt{2}}{2}$ và $NI = \frac{3R\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{\triangle MIN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3R}{\sqrt{2}} = \frac{3R^2}{4}$.

Câu 5(0,5 điểm). Với $x > 0$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = 4x^2 - 3x + \frac{1}{4x} + 2011$.

Lời giải.

Ta có $M = 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + x + \frac{1}{4x} + 2010 \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{4x}} + 2010 = 2011$. Đẳng thức xảy ra khi $x = \frac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của M là 2011.

==

Chúc các em luyện tập và thi đạt kết quả tốt!